

Не забывайте, что решение задач теоретической и математической частей должно содержать не только ответ, но и его обоснование (доказательство)!

1 Теоретическое задание

Задание А-Т1

Докажите, что не существует графа в котором все вершины — точки сочленения.

Задание А-Т2

Как построить строки s и t , чтобы при поиске s в t наивным методом, выполнилось максимальное возможное количество сравнений символов. Оцените точное количество сравнений при заданных длинах s и t . Докажите максимальность.

Задание А-Т3

Докажите, что невозможно отсортировать набор из N чисел, используя только операции сравнения, быстрее, чем за $C \times N \log N$ для некоторого $C > 0$.

2 Задание по математике

Задание А-М1

$T(n)$ — количество операций выполняемых алгоритмом при заданном n .

$$T(1) = c, T(n) = 3 \times T(\lceil n/2 \rceil) + cn,$$

где c — некоторая константа. Здесь $\lceil n/2 \rceil$ означает округленное вверх значение $n/2$.
Докажите, что время работы алгоритма $O(n^{\log_2 3})$.

Задание А-М2

Найдите количество таких наборов множеств $S_1 \subset S_2 \subset \dots \subset S_k \subset S$, если $|S| = n$.

3 Практическое задание

Задача А-Р1. Алгоритм Кнута-Морисса-Пратта

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Вам дан образец Р и текст Т. Найдите все вхождения образца Р в текст Т.

Формат входного файла

Входной файл состоит из двух строк. В первой строке записан образец, во второй — текст. Длина входного файла не превосходит 128000 байт. Строки могут содержать любые печатные символы.

Формат выходного файла

Выведите сдвиги каждого вхождения через пробел в возрастающем порядке.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
ba abacaba	2 6

Задача А-Р2. Наибольшее паросочетание

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Дан невзвешенный неориентированный двудольный граф с N вершинами в первой доле и K вершинами во второй. Требуется найти в нем наибольшее паросочетание (т.е. такое паросочетание, в которое входит максимальное количество ребер).

Формат входного файла

В первой строке записаны N , K и M , где M — количество ребер в графе ($1 \leq N, K \leq 100$, $0 \leq M \leq N * K$). Далее идет M строк с парами чисел X , Y — вершина первой доли с номером X связана с вершиной второй доли с номером Y ($1 \leq X \leq N$, $1 \leq Y \leq K$).

Формат выходного файла

Выведите количество ребер в наибольшем паросочетании. Далее выведите ребра этого наибольшего паросочетания (сначала вершину в первой доле, затем во второй).

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 3 5	2
1 2	1 2
2 2	4 1
3 2	
4 1	
4 3	

Задача А-Р3. Точки сочленения

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Вам задан неориентированный граф с N вершинами и M ребрами ($1 \leq N \leq 20000$, $1 \leq M \leq 200000$). В графе отсутствуют петли и кратные ребра. Известно, что граф связный. Найдите все точки сочленения в заданном графе, то есть такие вершины, удаление которых ведет к увеличению числа компонент связности.

Формат входного файла

Граф задан во входном файле следующим образом: первая строка содержит числа N и M . Каждая из следующих M строк содержит описание ребра — два целых числа из диапазона от 1 до N — номера концов ребра.

Формат выходного файла

На первой строке выведите число C — количество точек сочленения в заданном графе. На следующей строке выведите C целых чисел — номера вершин, которые являются точками сочленения, в возрастающем порядке.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5 6	1
1 2	3
2 3	
1 3	
3 4	
3 5	
4 5	

Задача А-Р4. Анализ подмассивов

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Задан массив $A[1..N]$. Рассмотрим все его подмассивы заданной длины D , то есть подмассивы $A[i..i + D - 1]$ для всех корректных значений i . Ценой такого подмассива называется максимум на нем минус минимум на нем. Выведите максимальную цену и количество подмассивов длины D имеющих эту цену.

Формат входного файла

В первой строке записаны целые числа N, D ($1 \leq N \leq 2 \times 10^5; 1 \leq D \leq N$). Во второй строке содержится массив $A[1..N]$. Все его элементы по абсолютному значению не превосходят 10^6 и являются целыми числами.

Формат выходного файла

Выведите ответ.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10 4 6 3 6 8 3 1 4 6 7 8	7 2